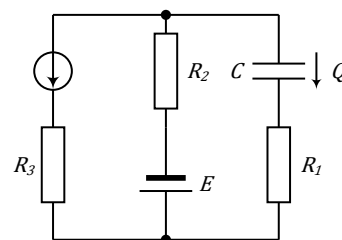


ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

31.01.2018.

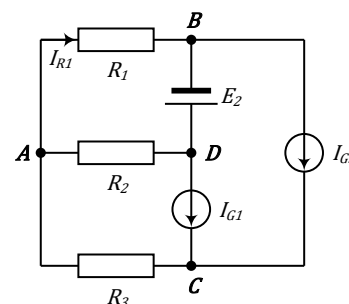
1. За коло на слици 1 познато је: $E = 10\text{ V}$, $I_G = 5\text{ A}$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ и $C = 1\text{ mF}$. Одредити:

- а) Количину наелектрисања у назначеном смеру и електростатичку енергију кондензатора; [10 поена]
 б) Снагу отпорника R_2 и снагу напонског генератора E . [10 поена]



слика 1

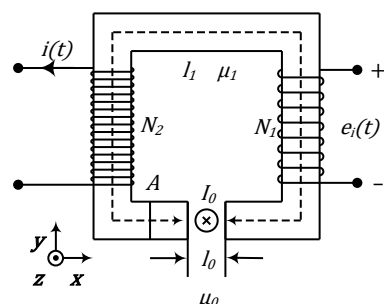
2. За коло на слици 2 познато је: $I_{G1} = 3\text{ A}$, $E_2 = 60\text{ V}$, $I_{G3} = 5\text{ A}$ и $R_1 = R_2 = R_3 = R = 10\ \Omega$. Применом Тевененове теореме одредити јачину струје I_{R1} . [20 поена]



слика 2

3. Магнетно коло са два намотаја на слици 3 састоји се од језгра магнетне пермеабилности μ_1 и дужине средње линије l_1 , које има ваздушни процеп дебљине l_0 . Попречан пресек језгра је облика квадрата површине A . На језгро су намотани намотај са N_1 навојака који има отворене крајеве, и намотај са N_2 навојака кроз које протиче струја интензитета $i(t)$.

- а) Ако је $i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$, одредити израз за индуковану електромоторну силу на крајевима намотаја са N_1 навојака. [10 поена]



слика 3

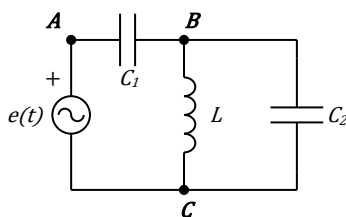
- б) Ако је $i(t) = I_1 = \text{const}$ и ако се у ваздушни процеп унесе праволинијски проводник кроз који протиче струја интензитета I_0 у назначеном смеру, одредити и скицирати вектор силе којом магнетно поље у ваздушном процепу делује на праволинијски проводник. [10 поена]

4. Коло на слици 4 напаја се напонам тренутне вредности $e(t) = 300\sqrt{2} \sin(1000t + \frac{\pi}{2})\text{ [V]}$. Вредности елемената у колу су: $L = 100\text{ mH}$, $C_1 = 200\ \mu\text{F}$ и $C_2 = 50\ \mu\text{F}$. Одредити:

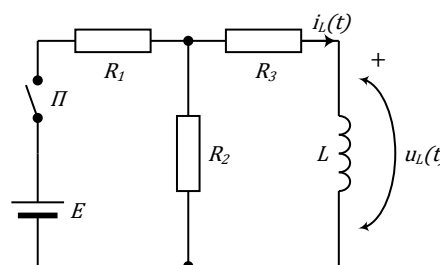
- а) Комплексну импедансу и комплексну адмитансу еквивалентног потрошача између тачака A и B ; [6 поена]

- б) Комплексну вредност напона генератора и струја у гранама кола, а затим их нацртати на фазорском дијаграму; [8 поена]

- в) Активну, реактивну и привидну снагу еквивалентног потрошача; [6 поена]



слика 4



слика 5

5. За коло на слици 5 познато је: E , $R_1 = R_2 = 2R$, $R_3 = R$ и L . Прекидач Π је отворен и у колу је успостављено стационарно стање. У тренутку $t = 0$ прекидач се затвара. Одредити:

- а) Изразе за тренутне вредности струје и напона калема након затварања прекидача Π и нацртати одговарајуће временске дијаграме; [12 поена]
 б) Напон на отпорнику R_3 у тренутку $t_1 = 2L/R$; [4 поена]
 в) Електромагнетну енергије калема у тренутку $t_1 = 2L/R$. [4 поена]

РЕШЕЊА ПИСМЕНОГ ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

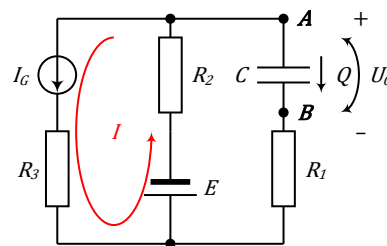
31.01.2018.

1. $E = 10 \text{ V}, I_G = 5 \text{ A}, R_1 = 10 \Omega, R_2 = 4 \Omega, R_3 = 20 \Omega, C = 1 \text{ mF}$

a) $I = I_G = 5 \text{ A}, U_C = U_{AB} = R_1 I - E - R_2 I = -30 \text{ V}$

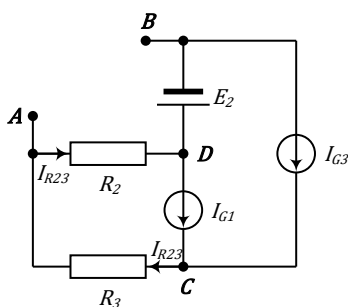
$Q = CU_C = -30 \text{ mC}, W_C = \frac{1}{2} QU_C = 450 \text{ mJ}$

б) $P_{R_2} = R_2 I^2 = 100 \text{ W}, P_E = -EI = -50 \text{ W}$

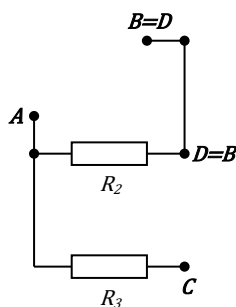


слика 1

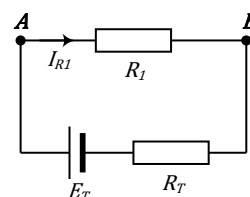
2. $I_{G1} = 3 \text{ A}, E_2 = 60 \text{ V}, I_{G3} = 5 \text{ A}, R_1 = R_2 = R_3 = R = 10 \Omega$



слика 2a



слика 2б



слика 2в

$E_T = U_{AB} = 140 \text{ V}$

$R_T = R_e = 10 \Omega$

$I_{R1} = \frac{E_T}{R_1 + R_T} = 7 \text{ A}$

1КЗ - C: $I_{G1} + I_{G3} = I_{R23} \Rightarrow$

$R_e = R_2 = 10 \Omega$

$I_{R23} = 8 \text{ A}$

$U_{AB} = E_2 + R_2 I_{R23} = 140 \text{ V}$

3. $\mu_1, l_1, l_0, A, N_1, N_2,$

Иначин: Закон одржања магнетног флуksа и Амперов закон

a) $i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$

ЗОМФ: $\Phi = B_1 A = B_0 A \Rightarrow B_1 = B_0$

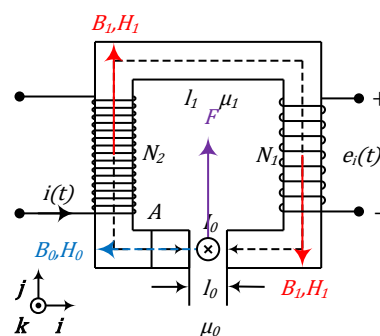
АЗ: $H_1 l_1 + H_0 l_0 = N_2 i(t), H_1 = \frac{B_1}{\mu_1}, H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B_1}{\mu_0}$

$\frac{B_1}{\mu_1} l_1 + \frac{B_1}{\mu_0} l_0 = N_2 i(t) \Rightarrow B_1 \left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0} \right) = N_2 i(t) \Rightarrow B_1 = \frac{N_2 i(t)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}}$

$\Phi_{21} = N_1 B_1 A = \frac{N_1 N_2 A i(t)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} = \frac{N_1 N_2 A I_m \cos(\omega t + \theta)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}}$

$e_i(t) = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{N_1 N_2 A I_m \cos(\omega t + \theta)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} (-\sin(\omega t + \theta)) \omega$

$e_i(t) = \frac{N_1 N_2 A I_m \omega}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} \sin(\omega t + \theta)$



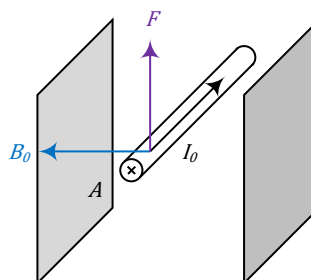
слика 3a

б) $i(t) = I_1$

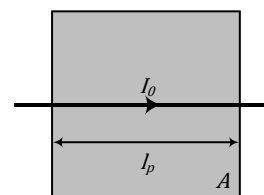
$\vec{F} = I_0 (\vec{l}_p \times \vec{B}_0)$

$A = l_p^2 \Rightarrow l_p = \sqrt{A}, \vec{l}_p = l_p \cdot (-\vec{k}) = \sqrt{A} \cdot (-\vec{k})$

$B_0 = B_1 = \frac{N_2 i(t)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} = \frac{N_2 I_1}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}}, \vec{B}_0 = \frac{N_2 I_1}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} \cdot (-\vec{i})$



слика 3б



слика 3в

$$\vec{F} = I_0 \left(\sqrt{A} \cdot (-\vec{k}) \times \frac{N_2 I_1}{\frac{l_1 + l_0}{\mu_1 + \mu_0}} \cdot (-\vec{l}) \right) = \boxed{\frac{N_2 \sqrt{A} I_1 I_0}{\frac{l_1 + l_0}{\mu_1 + \mu_0}} \cdot \vec{j}}$$

II начин: Кап-Хапкинсов закон

a) $i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$

$$\Phi = \frac{N_2 i(t)}{R_{m1} + R_{m0}}, R_{m1} = \frac{1}{\mu_1} \frac{l_1}{A}, R_{m0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{l_0}{A}$$

$$\Phi = \frac{N_2 i(t)}{\frac{1}{\mu_1} \frac{l_1}{A} + \frac{1}{\mu_0} \frac{l_0}{A}} = \frac{N_2 i(t)}{\frac{1}{A} \left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0} \right)} = \frac{N_2 A i(t)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}}, \Phi_{21} = N_1 B_1 A = N_1 \Phi = \frac{N_1 N_2 A i(t)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} = \frac{N_1 N_2 A I_m \cos(\omega t + \theta)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}}$$

$$e_i(t) = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{N_1 N_2 A I_m \cos(\omega t + \theta)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} (-\sin(\omega t + \theta)) \omega = \boxed{\frac{N_1 N_2 A I_m \omega}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} \sin(\omega t + \theta)}$$

б) $i(t) = I_1$

$$\vec{F} = I_0 (\vec{l}_p \times \vec{B}_0), A = l_p^2 \Rightarrow l_p = \sqrt{A}, \vec{l}_p = l_p \cdot (-\vec{k}) = \sqrt{A} \cdot (-\vec{k})$$

$$\Phi = B_0 A \Rightarrow B_0 = \frac{\Phi}{A} = \frac{N_2 i(t)}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} = \frac{N_2 I_1}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}}, \vec{B}_0 = \frac{N_2 I_1}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} \cdot (-\vec{l})$$

$$\vec{F} = I_0 \left(\sqrt{A} \cdot (-\vec{k}) \times \frac{N_2 I_1}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} \cdot (-\vec{l}) \right) = \boxed{\frac{N_2 \sqrt{A} I_1 I_0}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_0}{\mu_0}} \cdot \vec{j}}$$

4. $e(t) = 300\sqrt{2} \sin(1000t + \frac{\pi}{2})$ [V], $L = 100$ mH, $C_1 = 200$ μ F, $C_2 = 50$ μ F

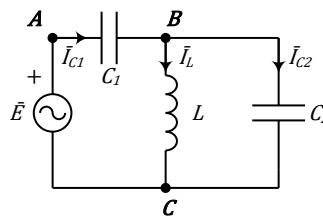
a) $\bar{Z}_L = jX_L = j\omega L = j100$ [Ω]

$$\bar{Z}_{C1} = jX_{C1} = -j\frac{1}{\omega C_1} = -j5$$
 [Ω]

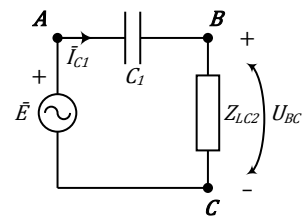
$$\bar{Z}_{C2} = jX_{C2} = -j\frac{1}{\omega C_2} = -j20$$
 [Ω]

$$\bar{Z}_{LC2} = \frac{\bar{Z}_L \bar{Z}_{C2}}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{C2}} = -j25$$
 [Ω]

$$\boxed{\bar{Z}_e} = \bar{Z}_{C1} + \bar{Z}_{LC2} = \boxed{-j30$$
 [Ω]



слика 4а



слика 4б

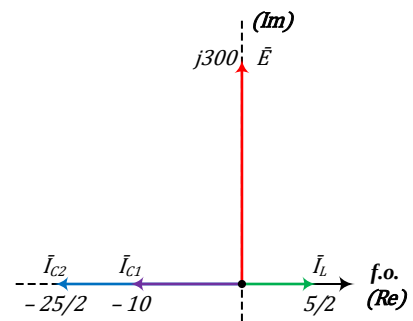
б) $E_m = 300\sqrt{2}$ V, $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 300$ V, $\omega = 1000$ $\frac{rad}{s}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad

$$\bar{E} = E(\cos \theta + j \sin \theta) = j300$$
 [V], $\boxed{\bar{I}_{C1}} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_{C1} + \bar{Z}_{LC2}} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_e} = \boxed{-10$ [A]

$$\bar{U}_{BC} = \bar{Z}_{LC2} \bar{I}_{C1} = \boxed{j250$$
 [V], $\bar{U}_{BC} = \bar{Z}_L \bar{I}_L \Rightarrow \boxed{\bar{I}_L} = \frac{\bar{U}_{BC}}{\bar{Z}_L} = \boxed{\frac{5}{2}}$ [A]

$$\bar{U}_{BC} = \bar{Z}_{C2} \bar{I}_{C2} \Rightarrow \boxed{\bar{I}_{C2}} = \frac{\bar{U}_{BC}}{\bar{Z}_{C2}} = \boxed{-\frac{25}{2}}$$
 [A] или

$$1K3-B: \bar{I}_{C1} = \bar{I}_L + \bar{I}_{C2} \Rightarrow \boxed{\bar{I}_{C2}} = \bar{I}_{C1} - \bar{I}_L = \boxed{-\frac{25}{2}}$$
 [A]

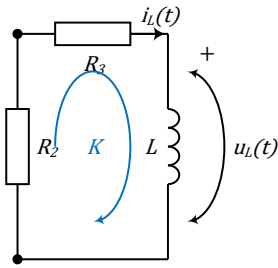


слика 4в

в) $\bar{S}_E = \bar{U} \bar{I}^* = \bar{E} \bar{I}_{C1}^* = -j3000$ VA $\Rightarrow P_E = \boxed{P_U = 0$ W, $Q_E = \boxed{Q_U = -3000$ VAr, $\boxed{S_U} = \sqrt{P_U^2 + Q_U^2} = \boxed{3000}$ VA

5. $E, R_1 = R_2 = 2R, R_3 = R, L$

а) II отворен (CC):



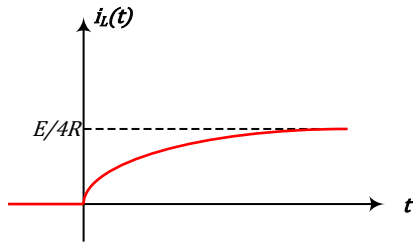
слика 5а

$i_L(t) = \text{const}, u_L(t) = 0$

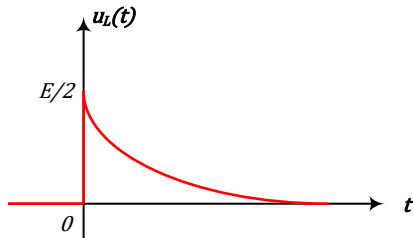
$2K3 - K: -R_2 i_L(t) - R_3 i_L(t) - \underbrace{u_L(t)}_0 = 0 \Rightarrow$

$3R i_L(t) = 0 \Rightarrow i_L(t) = 0, t \leq 0$

$\boxed{i_L(t) = 0}$ почетни услов

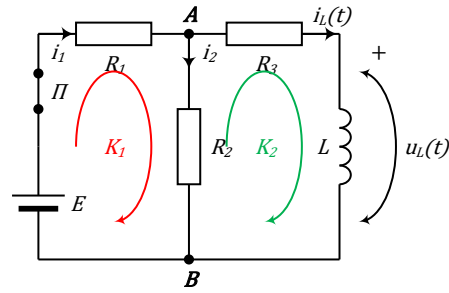


слика 5в



слика 5г

II затворен (ПП):



слика 5б

$1K3 - A: i_1 = i_2 + i_L(t) \quad (1)$

$2K3 - K1: E - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0 \quad (2)$

$2K3 - K2: R_2 i_2 - R_3 i_L(t) - u_L(t) = 0 \quad (3)$

$(2): R_1 i_1 + R_2 i_2 = E$

$(1) \rightarrow (2): 2R(i_2 + i_L(t)) + 2R i_2 = E$

$(2): 2R i_2 + 2R i_L(t) + 2R i_2 = E \Rightarrow$

$(2): 4R i_2 + 2R i_L(t) = E$

$(3): R_2 i_2 = R_3 i_L(t) + u_L(t) \Rightarrow i_2 = \frac{R i_L(t) + u_L(t)}{2R}$

$(3) \rightarrow (2): 4R \frac{R i_L(t) + u_L(t)}{2R} + 2R i_L(t) = E$

$2R i_L(t) + 2u_L(t) + 2R i_L(t) = E$

$2u_L(t) + 4R i_L(t) = E$

$2L \frac{di_L(t)}{dt} + 4R i_L(t) = E \Big| : 2L \Rightarrow \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{2R}{L} i_L(t) = \frac{E}{2L}$

$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{E}{4R}, K = ?, t = 0$

$i_L(0) = \frac{\beta}{\alpha} + K \Rightarrow 0 = \frac{E}{4R} + K \Rightarrow K = -\frac{E}{4R}$

$\boxed{i_L(t) = \frac{E}{4R} - \frac{E}{4R} e^{-\frac{2R}{L}t}, t \geq 0}$

$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{4R} - \frac{E}{4R} e^{-\frac{2R}{L}t} \right)$

$\boxed{u_L(t) = \frac{E}{2} e^{-\frac{2R}{L}t}, t \geq 0}$

б) $i_L(t_1) = \frac{E}{4R} - \frac{E}{4R} e^{-\frac{2R}{L} \frac{2L}{R}} = \frac{E}{4R} - \frac{E}{4R} e^{-4} = \frac{E}{4R} (1 - e^{-4}), \boxed{u_{R_3}(t_1)} = R_3 i_L(t_1) = \boxed{\frac{E}{4} (1 - e^{-4})}$

в) $\boxed{W_L(t_1)} = \frac{1}{2} L i_L^2(t_1) = \frac{1}{2} L \frac{E^2}{16R^2} (1 - e^{-4})^2 = \boxed{\frac{LE^2}{32R^2} (1 - e^{-4})^2}$