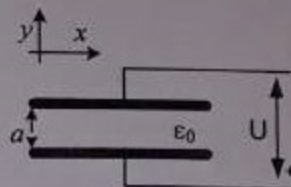


PISMENI ISPIT IZ ELEKTROTEHNIKE
3. jul 2018.

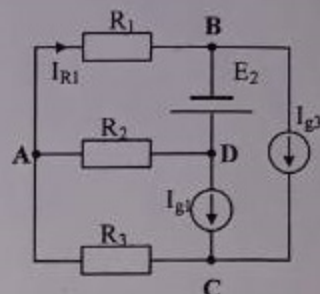
1. Na Slici 1 prikazan je pločasti kondenzator, priključen na napon $U = 40 \text{ V}$. Rastojanje između ploča, između kojih je vazduh, iznosi $a = 2 \text{ cm}$. Izračunati i skicirati vektor električnog polja između ploča kondenzatora. Ako se između ploča postavi veoma mala kuglica, naelektrisana sa $Q = -15 \mu\text{C}$, izračunati i skicirati vektor sile koja deluje na kuglicu. (10 poena)



Slika 1

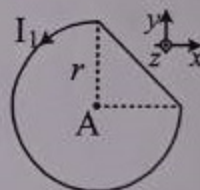
2. U kolu na Slici 2 poznato je: $R_1 = R_2 = R_3 = R = 10 \Omega$, $I_{g1} = 3 \text{ A}$, $E_2 = 60 \text{ V}$, $I_{g3} = 5 \text{ A}$.

- Primenom metode superpozicije odrediti napon U_{AD} (15 poena)
- Primenom Tevenenove teoreme odrediti intenzitet struje I_{R1} kroz otpornik R_1 . (15 poena)



Slika 2

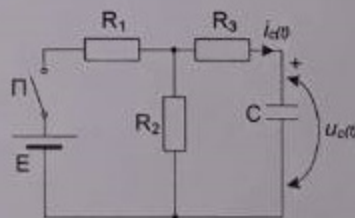
3. Na Slici 3 prikazana je kontura koja se sastoji iz kružnog luka, koji predstavlja $3/4$ kružnice poluprečnika $r = 10 \text{ cm}$, i pravolinijskog provodnika, kroz koju protiče struje intenziteta $I_1 = 20 \text{ mA}$ u označenom smeru. Kontura se nalazi u vazduhu. Odrediti i nacrtati rezultujući vektor jačine magnetnog polja u tački A. (15 poena)



Slika 3

4. U kolu na Slici 4 poznate su vrednosti elemenata: E , $R_1 = 4R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = R$ i C . Prekidač Π je zatvoren i u kolu je uspostavljeno stacionarno stanje. U trenutku $t = 0$, prekidač se otvara.

- Odrediti izraz za napon i struju kondenzatora nakon otvaranja prekidača i nacrtati odgovarajuće vremenske dijagrame. (15 poena)
- Odrediti vrednost napona na otporniku R_3 u trenutku $t_1 = 6RC$. (5 poena)



Slika 4

5. U prostom kolu naizmjenične struje, potrošač je priključen na naponski izvor parametara $U = 300 \text{ V}$, $f = \frac{100}{\pi} \text{ Hz}$. Reaktivna snaga i faktor snage potrošača iznose $Q = 1.8 \text{ kVAR}$ i $\cos \varphi = 0.8$.

- Odrediti efektivnu vrednost struje potrošača i njegovu kompleksnu impedansu. (15 poena)
- Odrediti kapacitivnost kondenzatora, koji je potrebno vezati paralelno potrošaču, tako da se postigne ukupan faktor snage jednak 1. (10 poena)

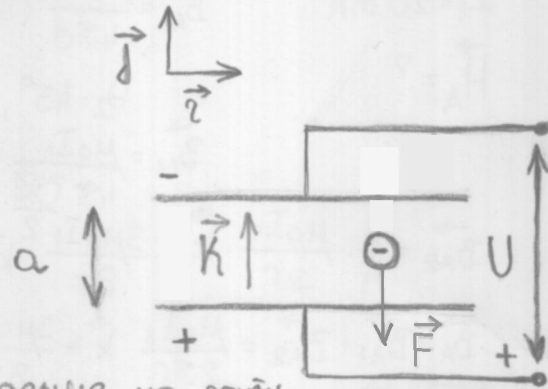
① $U=40\text{ V}$, $a=2\text{ cm}$, $Q=-15\text{ }\mu\text{C}$

$\vec{K}$, $\vec{F} = ?$

$U=Kd \Rightarrow K=\frac{U}{d}=2\cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$, $\vec{K}=2\cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot (\vec{j})$

$\vec{F}=Q\cdot\vec{K}=-15\cdot 10^{-6}\text{ C}\cdot 2\cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}\cdot (\vec{j})$

$\vec{F}=30\cdot 10^{-3}\text{ N}\cdot (-\vec{j})$

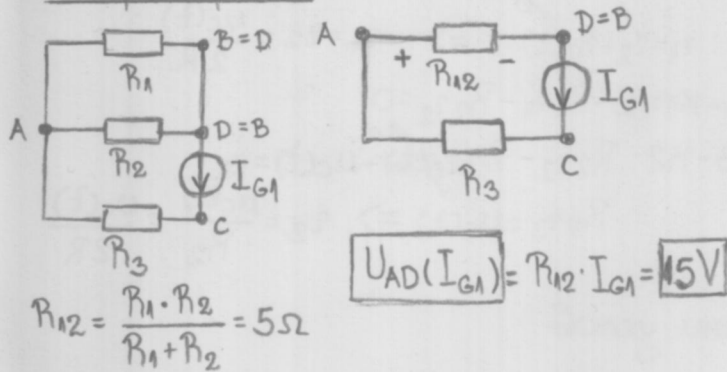


напомена: сила којом једна плоча кондензатора делује на другу је $F=\frac{1}{2}QK$, док је сила којом обе плоче кондензатора делују на неко тело $F=QK$!

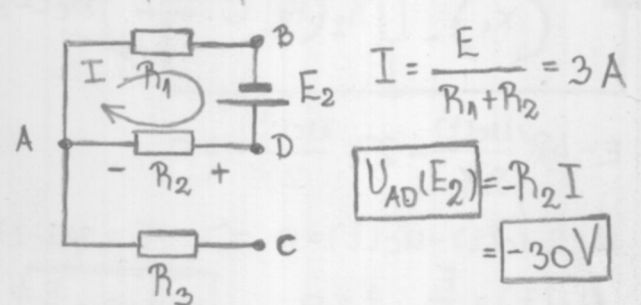
② $R_1=R_2=R_3=R=10\text{ }\Omega$, $I_{G1}=3\text{ A}$, $E_2=60\text{ V}$, $I_{G3}=5\text{ A}$

а) суперпозиција, U_{AD}

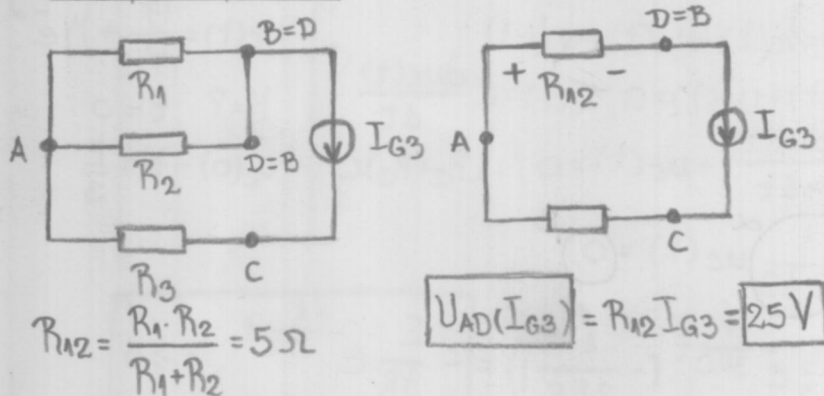
1° генератор I_{G1}



2° генератор E_2



3° генератор I_{G3}

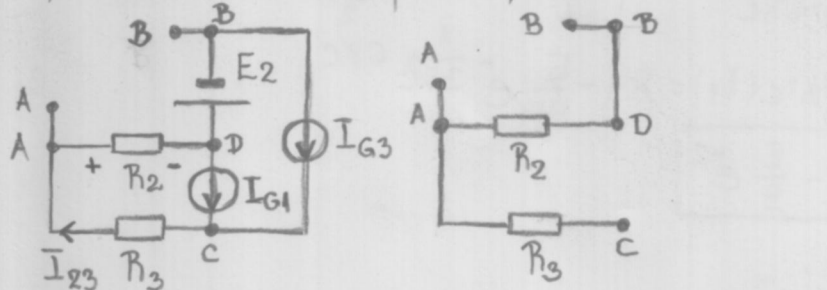


суперпозиција:

$U_{AD} = U_{AD}(I_{G1}) + U_{AD}(E_2) + U_{AD}(I_{G3})$

$U_{AD} = 10\text{ V}$

б, Тевенонова теорема, I_{R1}

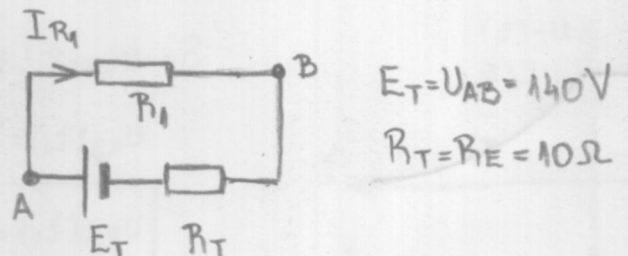


НЗ-С: $I_{G1} + I_{G3} = I_{23}$

$I_{23} = 8\text{ A}$

$U_{AB} = E_2 + R_2 I_{23} = 140\text{ V}$

$R_E = R_{AB} = R_2 = 10\text{ }\Omega$



$I_{R1} = \frac{E_T}{R_1 + R_T} = 7\text{ A}$

③ $r = 10 \text{ cm}$
 $I_1 = 20 \text{ mA}$
 $\vec{H}_A = ?$

$\vec{B}_A = \vec{B}_{A1} + \vec{B}_{A2}$

$\vec{B}_{A1} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi d} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \cdot \vec{k}, d = \frac{r\sqrt{2}}{2}$

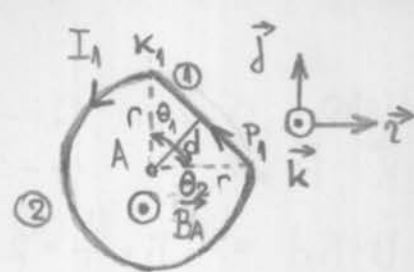
$\theta_2 = 45^\circ, \theta_1 = -45^\circ$

$\vec{B}_{A1} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r \frac{\sqrt{2}}{2}} (\sin 45^\circ + \sin 45^\circ) \cdot \vec{k} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \cdot \vec{k}$

$\vec{B}_{A2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2r} \cdot \vec{k} = \frac{3\mu_0 I_1}{8r} \cdot \vec{k}$

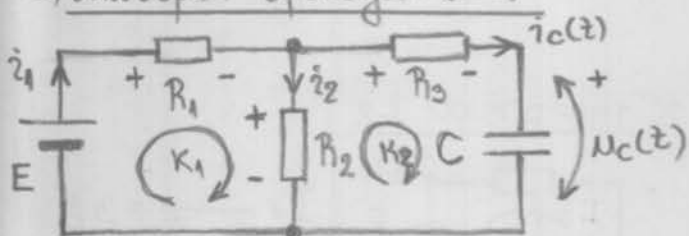
$\vec{B}_A = \vec{B}_{A1} + \vec{B}_{A2} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \cdot \vec{k} + \frac{3\mu_0 I_1}{8r} \cdot \vec{k} = \frac{\mu_0 I_1 (4 + 3\pi)}{8\pi r} \cdot \vec{k}$

$\vec{H}_A = \frac{\vec{B}_A}{\mu_0} = \frac{I_1 (4 + 3\pi)}{8\pi r} \cdot \vec{k} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ A} (4 + 3\pi)}{8\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \cdot \vec{k} = \frac{4 + 3\pi}{4\pi} \cdot 10^{-1} \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot \vec{k}$



④ $E, R_1 = 4R, R_2 = 2R, R_3 = R, C$

а) замкнутый переключатель (CC):

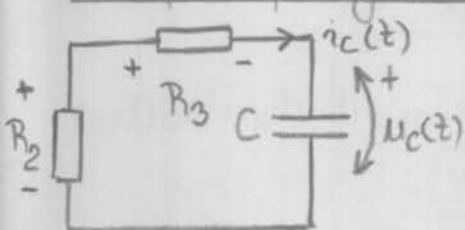


$E - 4R \frac{UC(t)}{2R} - 2R \frac{UC(t)}{2R} = 0$

$E - 2UC(t) - UC(t) = 0 \Rightarrow E = 3UC(t) \Rightarrow$

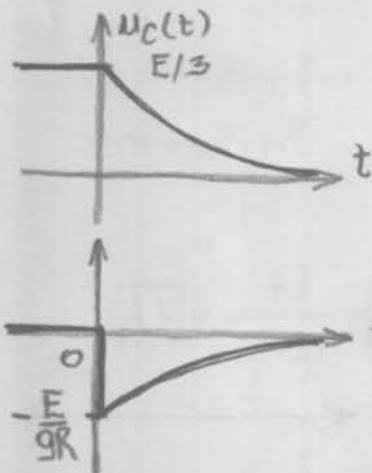
$UC(t) = \frac{E}{3}, t \leq 0 \quad UC(0) = \frac{E}{3} \quad \text{по условию перед}$

открытием переключателя (ПП):



$UC(t) = \frac{E}{3} e^{-\frac{1}{3RC}t}, t \geq 0$

$i_C(t) = C \frac{dUC(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{3} e^{-\frac{1}{3RC}t} \right) = \cancel{C} \left(\frac{E}{3} e^{-\frac{1}{3RC}t} \left(-\frac{1}{3RC} \right) \right) = -\frac{E}{9R} e^{-\frac{1}{3RC}t}, t \geq 0$



б) $U_{R3} = ? \quad t_1 = 6RC$

$U_{R3}(t_1) = R_3 i_C(t_1) = R \cdot \left(-\frac{E}{9R} e^{-\frac{1}{3RC} 6RC} \right)$

$U_{R3}(t_1) = -\frac{E}{9} e^{-2}$

$UC(t) = \text{const}$

$i_C(t) = 0$

1K3: $i_1 = i_2 + i_C(t) \Rightarrow i_1 = i_2 = \frac{UC(t)}{2R}$

2K3-K1: $E - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0$

2K3-K2: $R_2 i_2 - R_3 i_C(t) - UC(t) = 0$

$R_2 i_2 = UC(t) \Rightarrow i_2 = \frac{UC(t)}{R_2} = \frac{UC(t)}{2R}$

$-R_2 i_C(t) - R_3 i_C(t) - UC(t) = 0 / (-1)$

$(R_2 + R_3) i_C(t) + UC(t) = 0, i_C(t) = C \frac{dUC(t)}{dt}$

$(R_2 + R_3) C \frac{dUC(t)}{dt} + UC(t) = 0 / : (R_2 + R_3) C$

$\frac{dUC(t)}{dt} + \left(\frac{1}{3RC} \right) UC(t) = 0$

$UC(t) = \frac{B}{\alpha} + K e^{-\alpha t}$
 $K = ? \quad t = 0$
 $UC(0) = K = \frac{E}{3}$

5) $U = 300 \text{ V}$
 $f = 100/\pi \text{ Hz}$
 $Q_1 = 1,8 \text{ kVAr}$
 $\cos \varphi = 0,8$
 $I, \bar{Z} = ?$

a) $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$

$\sin \varphi = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \pm 0,6$

$Q > 0 \Rightarrow$ переважно індуктивна навантаження $\Rightarrow \varphi > 0$

$\sin \varphi = +0,6$

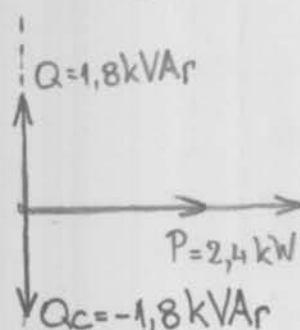
$\sin \varphi = \frac{Q}{S} \Rightarrow S = \frac{Q}{\sin \varphi} = 3 \text{ kVA}$

$\cos \varphi = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S \cdot \cos \varphi = 2,4 \text{ kW}$

$S = UI \Rightarrow \boxed{I} = \frac{S}{U} = \boxed{10 \text{ A}}$

$P = RI^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = 24 \Omega, Q = XI^2 \Rightarrow X = \frac{Q}{I^2} = 18 \Omega, \boxed{\bar{Z}} = R + jX = \boxed{24 + j18 [\Omega]}$

8) $\cos \varphi_u = 1 \Rightarrow \varphi_u = 0$



кондензатор: $\varphi_c = -\frac{\pi}{2}, Z_c = |X_c|, X_c = -\frac{1}{\omega C}$

$Q_c = UI_c \sin \varphi_c \Rightarrow I_c = \frac{Q_c}{U \sin \varphi_c} = \frac{-1800 \text{ Var}}{300 \text{ V} (-1)} = 6 \text{ A}$

$I_c = \frac{U}{Z_c} \Rightarrow Z_c = \frac{U}{I} = 50 \Omega, \omega = 2\pi f = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$Z_c = |X_c| = |-\frac{1}{\omega C}| = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \boxed{C} = \frac{1}{\omega Z_c} = \frac{1}{10000} = \boxed{10^{-4} \text{ F}}$