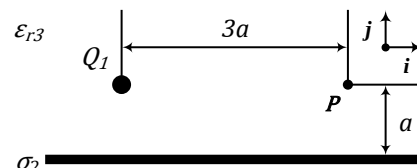


ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

19.02.2020.

1. Тачкасто наелектрисање $Q_1 = Q > 0$ и веома велика равномерно наелектрисана површ, површинске густине наелектрисања $\sigma_2 = -\sigma < 0$ налазе се у диелектрику релативне диелектричне константе ϵ_{r3} као на слици 1.



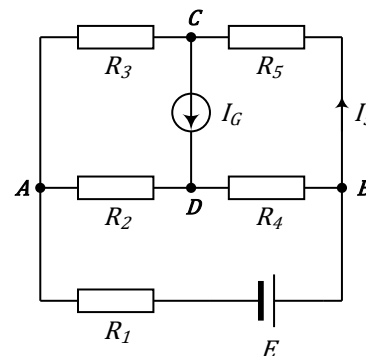
слика 1

- а) Одредити и скицирати вектор јачине електричног поља у тачки P.

[10 поена]

- б) Одредити и нацртати вектор силе којом површ делује на тачкасто наелектрисање. [10 поена]

2. За коло приказано на слици 2 познато је: $E = 30 \text{ V}$, $I_G = 1 \text{ A}$, $R_1 = 2R = 20 \Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = R = 10 \Omega$ и $R_5 = 4R = 40 \Omega$. Применом Тевененове теореме одредити јачину струје I_5 . [20 поена]



слика 2

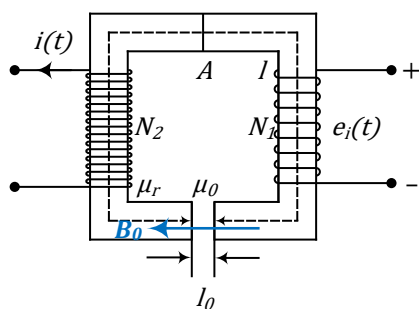
3. На слици 3а је приказано магнетно коло, које се састоји од језгра релативне магнетне пермеабилности $\mu_r = 300$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$), дужине средње линије $l = 60 \text{ cm}$ и ваздушног процепа дебљине $l_0 = 1 \text{ mm}$. Попречни пресек језгра је $A = 5 \text{ cm}^2$. Намотај са $N_1 = 200$ навојака има отворене крајеве, а кроз намотај са $N_2 = 100$ навојака протиче струја непознатог интензитета $i(t)$. Интензитет вектора $B_0(t)$

у ваздушном процепу периодично се мења према временском дијаграму на слици 3б, где је $B_{0m} = 24\pi \text{ mT}$ и $T_{\text{per}} = 10 \mu\text{s}$.

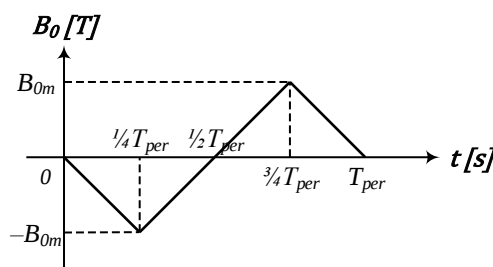
- а) Одредити максималну вредност запреминске густине енергије магнетног поља у језгру. [10 поена]
 б) Одредити вредност индуковане електромоторне силе $e_i(t_1)$ у тренутку $t_1 = \frac{1}{2} T_{\text{per}}$ у намотају са отвореним крајевима. [10 поена]

4. За коло приказано на слици 4 познато је: $e(t) = 300\sqrt{2} \sin\left(1000t - \frac{\pi}{2}\right) [\text{V}]$, $L_1 = 50 \text{ mH}$, $L_2 = 40 \text{ mH}$, $C_1 = 25 \mu\text{F}$ и $C_2 = 50 \mu\text{F}$. Одредити:

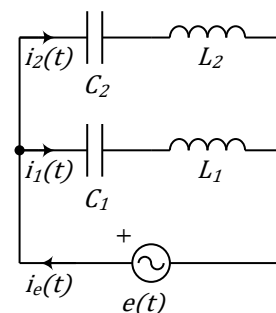
- а) Комплексне вредности струја у колу и нацртати фазорски дијаграм; [10 поена]
 б) Ефективну вредност напона на кондензатору C_1 ; [2 поена]
 в) Тренутну вредност напона на калему L_2 ; [2 поена]
 г) Активну, реактивну и привидну снагу целокупног потрошача. [6 поена]



слика 3а



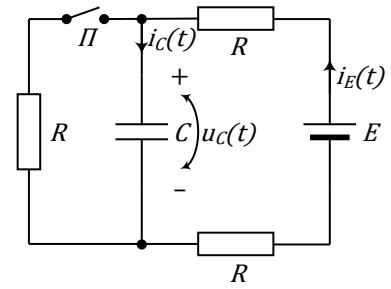
слика 3б



слика 4

5. За коло на слици 5 познато је: E , R и C . Прекидач Π је **затворен** и у колу је успостављено стационарно стање. У тренутку $t = 0$ прекидач Π се **отвара**. Одредити:

- а) Изразе за тренутне вредности напона и струје кондензатора након отварања прекидача Π и нацртати одговарајуће временске дијаграме; [16 поена]
- б) Тренутну вредност струје генератора $i_E(t_1)$ у тренутку $t_1 = 2RC$. [4 поена]



слика 5

РЕШЕЊА ПИСМЕНОГ ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

1. $Q_1 = Q > 0, \sigma_2 = -\sigma < 0, \epsilon_{r3}$

$$a) \vec{K}_{P1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot \frac{|Q_1|}{(3a)^2} \cdot \vec{l} = \frac{Q}{36\pi\epsilon_0\epsilon_{r3}a^2} \cdot \vec{l}$$

$$\vec{K}_{P2} = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot (-\vec{j}) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{K}_P} = \vec{K}_{P1} + \vec{K}_{P2} = \frac{Q}{36\pi\epsilon_0\epsilon_{r3}a^2} \cdot \vec{l} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot \vec{j}$$

$$б) \vec{K}_R = \vec{K}_{R2} = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot (-\vec{j}) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot \vec{j}, \boxed{\vec{F}_1} = Q_1 \cdot \vec{K}_R = \boxed{-\frac{Q\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_{r3}} \cdot \vec{j}}$$

2. $E = 30 \text{ V}, I_G = 1 \text{ A}$,

$$R_1 = 2R = 20 \Omega, R_2 = R_3 = R_4 = R = 10 \Omega, R_5 = 4R = 40 \Omega$$

i) $I_I = I_G = 1 \text{ A}$

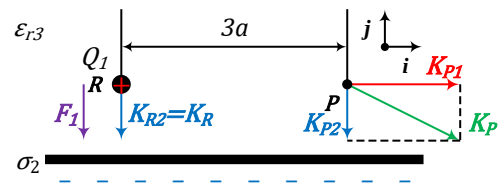
$$\underline{I_{II}(R_1 + R_2 + R_4) - I_I R_2 = -E \Rightarrow I_{II} = -\frac{1}{2} \text{ A}}$$

$$\leftarrow I_1 = I_{II} = -\frac{1}{2} \text{ A}, \rightarrow I_3 = I_I = 1 \text{ A}$$

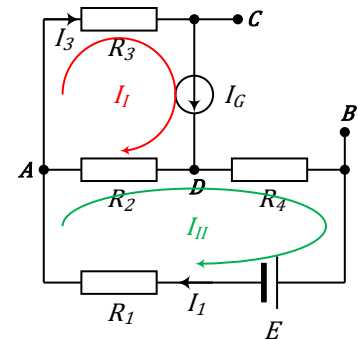
$$U_{BC} = R_3 I_3 + R_1 I_1 + E = 30 \text{ V}$$

$$ii) R_{24} = R_2 + R_4 = 20 \Omega, R_{124} = \frac{R_1 \cdot R_{24}}{R_1 + R_{24}} = 10 \Omega, R_e = R_3 + R_{124} = 20 \Omega$$

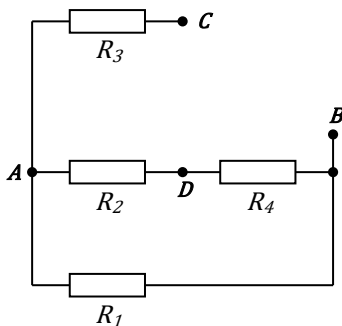
$$iii) \boxed{E_T = U_{BC} = 30 \text{ V}}, \boxed{R_T = R_e = 20 \Omega}, \text{ОЗПК: } \boxed{I_5 = \frac{E_T}{R_T + R_5} = \frac{1}{2} \text{ A}}$$



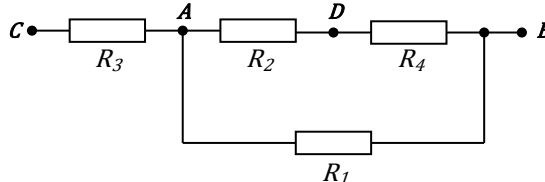
слика 1



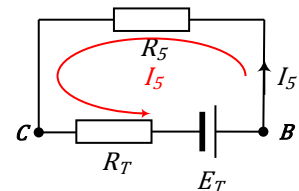
слика 2а



слика 2б

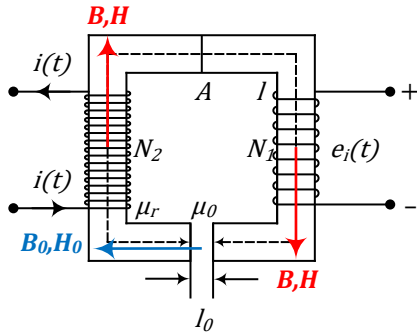


слика 2в

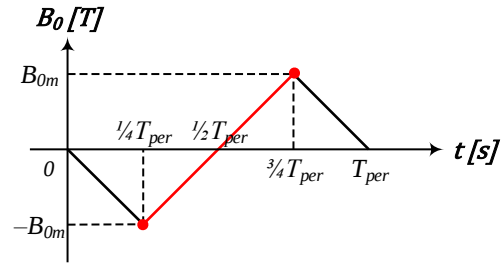


слика 2г

3. $\mu_r = 300 = 3 \cdot 10^2$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$, $l = 60 \text{ cm}$, $l_0 = 1 \text{ mm}$, $A = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$,
 $N_1 = 200 = 2 \cdot 10^2$, $N_2 = 100 = 10^2$, $B_{0m} = 24\pi \text{ mT} = 24\pi \cdot 10^{-3} \text{ T}$, $T_{per} = 10 \mu\text{s} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ s}$



слика 3а



слика 3б

а) $\Phi = BA = B_0 A \Rightarrow B = B_0$, $H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r}$

$W_M = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} B_0 \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} = \frac{B_0^2}{2\mu_0 \mu_r}$, $W_{Mmax} = \frac{B_{0m}^2}{2\mu_0 \mu_r} = \frac{(24\pi \cdot 10^{-3} \text{ T})^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \cdot 3 \cdot 10^2} = \boxed{24\pi \cdot 10^{-1} \frac{J}{m^3} = 2,4\pi \frac{J}{m^3}}$

б) $\Phi_{21} = N_1 BA = N_1 B_0 A$, $e_i(t) = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -N_1 A \frac{dB_0}{dt}$

• Ако је $B_0(t)$ линеарна функција, онда је $\frac{dB_0}{dt} = \frac{\Delta B_0}{\Delta t}$

• За $t \in [\frac{1}{4} T_{per}, \frac{3}{4} T_{per}]$ важи да је $\frac{dB_0}{dt} = \frac{\Delta B_0}{\Delta t} = \frac{B_{0m} - (-B_{0m})}{\frac{3}{4} T_{per} - \frac{1}{4} T_{per}} = \frac{2B_{0m}}{\frac{1}{2} T_{per}} = \frac{4B_{0m}}{T_{per}}$

$e_i(t_1) = e_i(\frac{1}{2} T_{per}) = -N_1 A \frac{4B_{0m}}{T_{per}} = -2 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \frac{4 \cdot 24\pi \cdot 10^{-3} \text{ T}}{10 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = \boxed{-960\pi \text{ V}}$

4. $e(t) = 300\sqrt{2} \sin(1000t - \frac{\pi}{2}) \text{ [V]}$, $L_1 = 50 \text{ mH} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $L_2 = 40 \text{ mH} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ H}$,

$C_1 = 25 \mu\text{F} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $C_2 = 50 \mu\text{F} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

а) $E_m = 300\sqrt{2} \text{ V}$, $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 300 \text{ V}$, $\theta = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

$\bar{E} = E(\cos \theta + j \sin \theta) = -j300 \text{ [V]}$

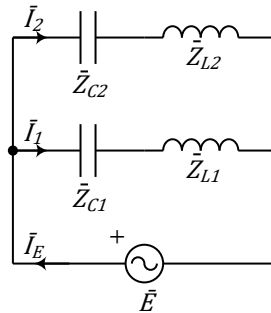
$\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\bar{Z}_{L1} = jX_{L1} = j\omega L_1 = j50 \text{ [\Omega]}$

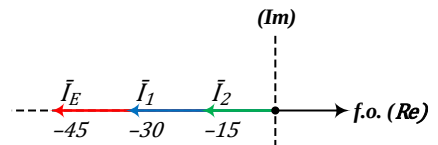
$\bar{Z}_{L2} = jX_{L2} = j\omega L_2 = j40 \text{ [\Omega]}$

$\bar{Z}_{C1} = jX_{C1} = -j\frac{1}{\omega C_1} = -j40 \text{ [\Omega]}$

$\bar{Z}_{C2} = jX_{C2} = -j\frac{1}{\omega C_2} = -j20 \text{ [\Omega]}$



слика 4а



слика 4б

$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{C1} = j10 \text{ [\Omega]}$, $\bar{E} = \bar{U}_1 = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 \Rightarrow \boxed{\bar{I}_1} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1} = \boxed{-30 \text{ [A]}}$

$\bar{Z}_2 = \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{C2} = j20 \text{ [\Omega]}$, $\bar{E} = \bar{U}_2 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \Rightarrow \boxed{\bar{I}_2} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_2} = \boxed{-15 \text{ [A]}}$, $\boxed{\bar{I}_E} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \boxed{-45 \text{ [A]}}$

б) $\bar{U}_{C1} = \bar{Z}_{C1} \bar{I}_1 = j1200 \text{ [V]}$, $a = 0$, $b = 1200$, $\boxed{U_{C1}} = \sqrt{a^2 + b^2} = \boxed{1200 \text{ V}}$

в) $\bar{U}_{L2} = \bar{Z}_{L2} \bar{I}_2 = -j600 \text{ [V]}$, $a = 0$, $b = -600$, $U_{L2} = \sqrt{a^2 + b^2} = 600 \text{ V}$, $U_{L2m} = U_{L2} \sqrt{2} = 600\sqrt{2} \text{ V}$

$\theta_{L2} = \arctg(\frac{b}{a}) = \arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$, $\boxed{u_{L2}(t)} = 600\sqrt{2} \sin(1000t - \frac{\pi}{2}) \text{ [V]}$

г) $\bar{S}_E = \bar{E} \bar{I}_E^* = j13500 \text{ VA} \Rightarrow \boxed{P_U} = P_E = 0 \text{ W}$, $\boxed{Q_U} = Q_E = \boxed{13500 \text{ VAr}}$, $\boxed{S_U} = \sqrt{P_U^2 + Q_U^2} = \boxed{13500 \text{ VA}}$

5. $E, R, C, t_1 = 2RC$

а) **II затворен (СС):**

$$u_C(t) = \text{const}, i_C(t) = 0$$

(1) 1КЗ: $i_E(t) = i_R + \underbrace{i_C(t)}_0$

(2) 2КЗ K_1 : $E - Ri_E(t) - u_C(t) - Ri_E(t) = 0$

(3) 2КЗ K_2 : $u_C(t) - Ri_R = 0$

(3) $u_C(t) = Ri_R$: $R \Rightarrow i_R = \frac{u_C(t)}{R}$

(1) $i_E(t) = i_R = \frac{u_C(t)}{R}$

(2) $E - R \frac{u_C(t)}{R} - u_C(t) - R \frac{u_C(t)}{R} = 0 \Rightarrow E - u_C(t) - u_C(t) - u_C(t) = 0 \Rightarrow E - 3u_C(t) = 0 \Rightarrow u_C(t) = \frac{E}{3}, t \leq 0$

$\boxed{u_C(0) = \frac{E}{3}}$ почетни услов

II отворен (ПП):

2КЗ K : $E - Ri_C(t) - u_C(t) - Ri_C(t) = 0$

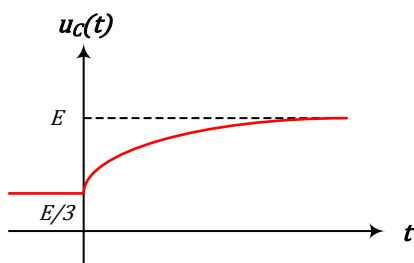
$2Ri_C(t) + u_C(t) = E \Rightarrow 2RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$: $2RC \Rightarrow$

$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{2RC} u_C(t) = \frac{E}{2RC} \Rightarrow \boxed{u_C(t) = \frac{\beta}{\alpha} + Ke^{-\alpha t}}, \frac{\beta}{\alpha} = E, K = ? t = 0$

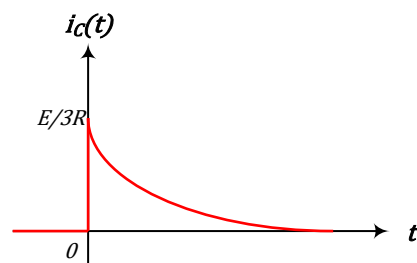
$u_C(0) = \frac{\beta}{\alpha} + K \Rightarrow \frac{E}{3} = E + K \Rightarrow K = \frac{E}{3} - E \Rightarrow K = -\frac{2}{3}E$

$\boxed{u_C(t) = E - \frac{2}{3}Ee^{-\frac{1}{2RC}t}, t \geq 0}$

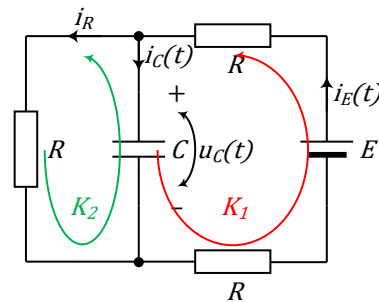
$\boxed{i_C(t)} = C \frac{du_C(t)}{dt} = C \left(-\frac{2}{3}Ee^{-\frac{1}{2RC}t} \left(-\frac{1}{2RC} \right) \right) = \boxed{\frac{E}{3R}e^{-\frac{1}{2RC}t}, t \geq 0}$



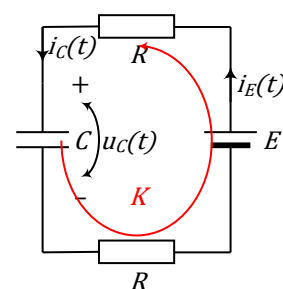
слика 5в



слика 5г



слика 5а



слика 5б

6) $\boxed{i_E(t_1)} = i_C(t_1) = \frac{E}{3R}e^{-\frac{1}{2RC}2RC} = \boxed{\frac{E}{3R}e^{-1} = \frac{E}{3eR}}$