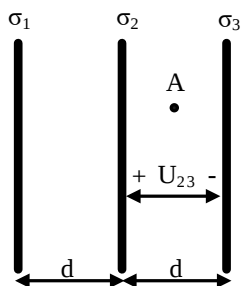


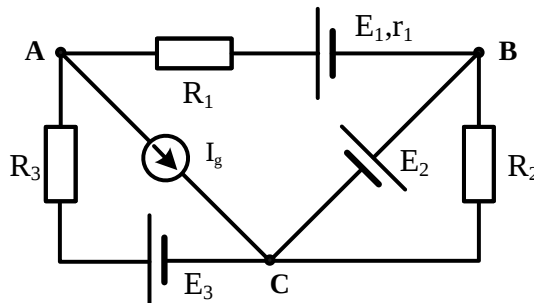
Elektrotehnika

pismeni ispit, 25.9.2025.

1. Tri veoma velike ravnomerno naelektrisanе metalne ploče nalaze se u sredini čija je dielektrična konstanta $\varepsilon = 10^{-9}$ F/m, na međusobnom rastojanju od $d = 10$ m kao što je prikazano na Slici 1. Poznate su površinske gustine naelektrisanja ploča $\sigma_1 = -4$ nC/m², $\sigma_2 = 2$ nC/m² i $\sigma_3 = -8$ nC/m². Odrediti intenzitet i skicirati vektor električnog polja u tački A, a zatim odrediti napon U_{23} između druge i treće ploče. (8 poena)



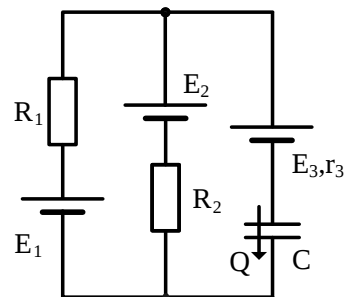
Slika 1



Slika 2

2. U kolu na Slici 2 poznate su vrednosti parametara elemenata: $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega$, $E_1 = E_2 = 10$ V, $E_3 = 45$ V, $r_1 = 5 \Omega$ i $I_g = 2$ A. Rešiti kolo primenom metode potencijala čvorova ili metode konturnih struja, a nakon toga odrediti snagu generatora I_g . (12 poena)

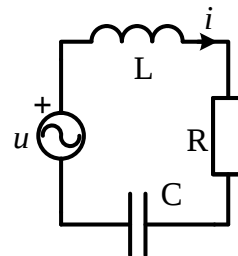
3. Na Slici 3 poznato je $R_1 = R_2 = 10$ k Ω , $E_1 = 10$ V, $E_2 = 20$ V, $E_3 = 5$ V, $r_3 = 50 \Omega$ i $C = 2$ μ F. Odrediti količinu naelektrisanja i elektrostatičku energiju kondenzatora. (6 poena)



Slika 3

4. Na Slici 4 je prikazano kolo naizmenične struje koje se napaja naponom trenutne vrednosti $u(t) = 20\sqrt{2}\cos(1000t + \pi/4)$ V. Poznato je: $R = 10 \Omega$, $L = 15$ mH i $C = 200$ μ F.

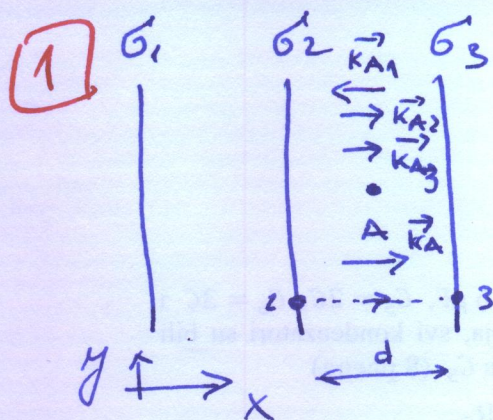
- Odrediti kompleksne izraze struje u kolu i napona na otporniku, kalemu i kondenzatoru (sa usaglašenim referentnim smerovima); (6 poena)
- Skicirati fazorski dijagram napona na svim elementima; (4 poena)
- Odrediti vremenski oblik napona na kalemu i kondenzatoru. (2 poena)



Slika 4

5. Na naponski generator efektivne vrednosti $U = 100$ V, priključena je paralelna veza pretežno induktivnog potrošača rezistanse 25Ω i faktora snage $1/\sqrt{2}$, i pretežno kapacitivnog potrošača čija je aktivna snaga 150 W i prividna snaga 250 VA. Odrediti:

- efektivne vrednosti struja pojedinačnih potrošača; (3 poena)
- ukupnu aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu celokupnog potrošača (paralelne veze); (5 poena)
- efektivnu vrednost struje koju celokupni potrošač uzima iz generatora; (2 poena)
- kompleksnu impedansu celokupnog potrošača. (2 poena)



$$\vec{K}_{A1} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon} \vec{e} = \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-9}} \vec{e} = -2 \vec{e} \frac{V}{m}$$

$$\vec{K}_{A2} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon} \vec{e} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-9}} \vec{e} = 1 \vec{e} \frac{V}{m}$$

$$\vec{K}_{A3} = \frac{\sigma_3}{2\epsilon} (-\vec{e}) = \frac{-8 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-9}} (-\vec{e}) = 4 \vec{e} \frac{V}{m}$$

$$\vec{K}_A = \vec{K}_{A1} + \vec{K}_{A2} + \vec{K}_{A3} = 3 \vec{e} \frac{V}{m}$$

$$U_{23} = \int_2^3 \vec{K}_A d\vec{l} = \int_0^d |\vec{K}_A| \cdot dx = |\vec{K}_A| \cdot d = 3 \cdot 10 = 30V$$

2 Pogodnija je metoda potencijala izvora (MPZ)
 $V_C = 0$ (multi izvor)

(1) $V_B = E_2 = 10V$

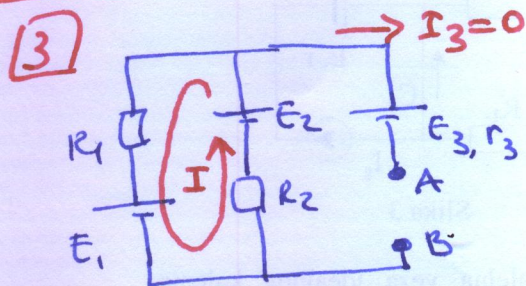
(2) $\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + r_1}\right) V_A - \frac{1}{R_1 + r_1} V_B = \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_1}{R_1 + r_1} - I_g$

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) V_A - \frac{10}{10} = \frac{45}{5} + \frac{10}{10} - 2$$

$$P_{I_g} = U_{CA} I_g = -60W$$

$$\frac{3}{10} V_A = 9 \Rightarrow \boxed{V_A = 30V}$$

$$U_{CA} = V_C - V_A = 0 - 30 = -30V$$



$$I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2} = \frac{20 - 10}{10k + 10k} = 0,5mA$$

$$U_C = U_{AB} = -E_3 + R_1 I + E_1 = -5 + 10k \cdot 0,5mA + 10$$

$$U_C = 10V$$

$$Q = C \cdot U_C = 2\mu \cdot 10 = 20\mu C$$

$$W = \frac{1}{2} Q U_C = 100\mu J$$

4 a) $\bar{U} = 20 e^{j\pi/4} V = 20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = (10\sqrt{2} + j10\sqrt{2}) V$

$$\bar{Z}_R = R = 10 \Omega$$

$$\bar{Z}_L = j\omega L = j1000 \cdot 15\mu = j15 \Omega$$

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{1000 \cdot 200\mu} = -j5 \Omega$$

$$\bar{Z}_e = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C = (10 + j10) \Omega$$

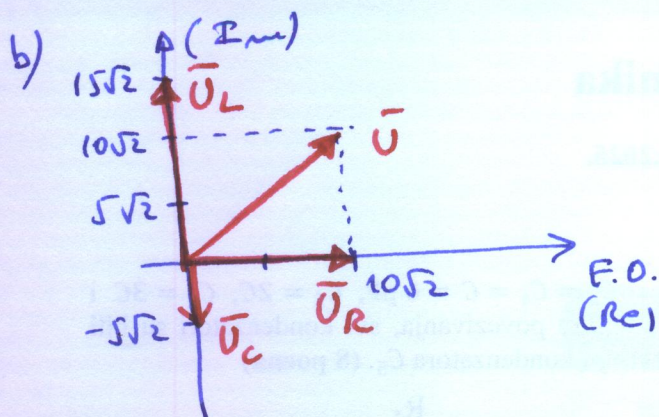
$$\bar{Z}_e = 10\sqrt{2} e^{j\pi/4} \Omega$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_e} = \frac{20 e^{j\pi/4}}{10\sqrt{2} e^{j\pi/4}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} A$$

$$\bar{U}_R = \bar{Z}_R \bar{I} = 10\sqrt{2} V$$

$$\bar{U}_L = \bar{Z}_L \bar{I} = j15\sqrt{2} V$$

$$\bar{U}_C = \bar{Z}_C \bar{I} = -j5\sqrt{2} V$$



c)

$$u_L(t) = 30 \cos(1000t + \pi/2) \text{ V}$$

$$u_C(t) = 10 \cos(1000t - \pi/2) \text{ V}$$

5

a) $R_1 = 25 \Omega$

$$Z_1 = \frac{R_1}{\cos \varphi_1} = 25\sqrt{2} \Omega$$

$$X_1 = Z_1 \sin \varphi_1 = Z_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1} = 25 \Omega$$

($X_1 > 0$ jer je induktivan)

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{25\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{S_2}{U} = \frac{250}{100} = 2,5 \text{ A}$$

b) $P_1 = R_1 I_1^2 = 25 \cdot (2\sqrt{2})^2 = 200 \text{ W}$

$$Q_1 = X_1 I_1^2 = 25 \cdot (2\sqrt{2})^2 = 200 \text{ VAR}$$

$$P_2 = 150 \text{ W}$$

$$Q_2 = -\sqrt{S_2^2 - P_2^2} = -50 \sqrt{5^2 - 3^2} = -50 \cdot 4 = -200 \text{ VAR}$$

($Q_2 < 0$ jer je KAPACITIVAN)

$$P_{UK} = P_1 + P_2 = 350 \text{ W}$$

$$Q_{UK} = Q_1 + Q_2 = 0 \text{ VAR}$$

$$S_{UK} = \sqrt{P_{UK}^2 + Q_{UK}^2} = 350 \text{ VA}$$

c) $I = \frac{S_{UK}}{U} = \frac{350}{100} = 3,5 \text{ A}$

d) $P_{UK} = R_{UK} \cdot I^2 \Rightarrow R_{UK} = \frac{P_{UK}}{I^2} = \frac{\frac{100}{3,5 \cdot 3,5}}{\frac{1000}{35}} = \frac{200}{7} \Omega$

$$Q_{UK} = X_{UK} \cdot I^2 \Rightarrow X_{UK} = \frac{Q_{UK}}{I^2} = 0 \Omega$$

$$\bar{Z}_{UK} = R_{UK} + jX_{UK} = \left(\frac{200}{7} + j0 \right) \Omega$$

