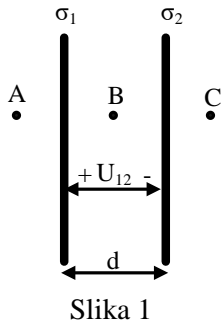


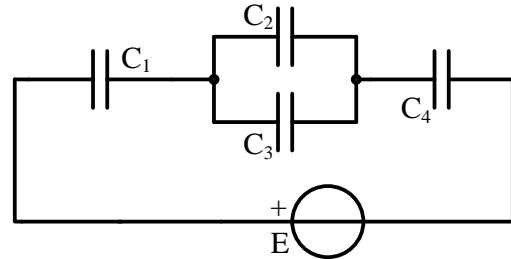
Elektrotehnika

pismeni ispit, 28.10.2025.

1. Dve veoma velike ravnomerno naelektrisane metalne ploče nalaze se u sredini čija je dielektrična konstanta $\varepsilon = 10^{-9}$ F/m, na međusobnom rastojanju od $d = 0.2$ m kao što je prikazano na Slici 1. Poznate su površinske gustine naelektrisanja ploča $\sigma_1 = 400$ nC/m², $\sigma_2 = -200$ nC/m². Odrediti i skicirati vektor električnog polja u tačkama A, B i C, a zatim odrediti napon između ploča U_{12} . (8 poena)



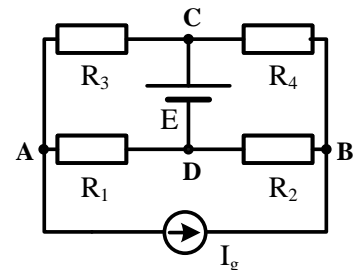
Slika 1



Slika 2

2. U kolu na Slici 2 poznate su kapacitivnosti $C_1 = 6C = 30$ μ F, $C_2 = C = 5$ μ F, $C_3 = C_4 = 2C = 10$ μ F, i elektromotorna sila idealnog naponskog generatora $E = 30$ V. Pre povezivanja, svi kondenzatori su bili neopterećeni. Odrediti naelektrisanje i napon na svakom pojedinačnom kondenzatoru i ukupnu energiju akumuliranu u svim kondenzatorima zajedno. (8 poena)

3. U kolu na Slici 3 poznate su vrednosti parametara elemenata: $R_1 = R_3 = 20$ Ω , $R_2 = R_4 = 40$ Ω , $E = 80$ V, $I_g = 2$ A. Primenom metode potencijala čvorova ili metode konturnih struja odrediti struju kroz generator E i napon na generatoru I_g u skladu sa usaglašenim referentnim smerovima, a nakon toga odrediti snagu ovih generatora. (10 poena)

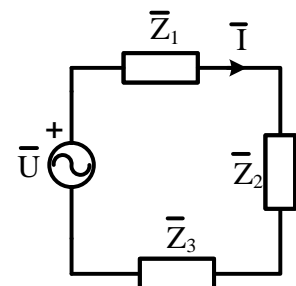


Slika 3

4. Na Slici 4 je prikazano kolo naizmjenične struje koje čine naponski generator $u(t) = 400 \cos(\omega t + \pi/2)$ V i tri redno vezana potrošača poznatih vrednosti kompleksnih impedansi:

$$\bar{Z}_1 = 15\sqrt{2}e^{j\pi/4} \Omega, \bar{Z}_2 = 5\sqrt{2}e^{-j\pi/4} \Omega \text{ i } \bar{Z}_3 = 30e^{-j\pi/2} \Omega.$$

- Odrediti kompleksne izraze za struju u kolu i napone na svim potrošačima sa usaglašenim referentnim smerom. (6 poena)
- Odrediti trenutnu vrednost struje u kolu. (2 poena)
- Odrediti aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu i faktor snage celokupnog potrošača (redne veze sva tri potrošača). (4 poena)



Slika 4

5. Na naponski generator efektivne vrednosti $U = 50$ V, priključena je paralelna veza pretežno induktivnog potrošača, prividne snage 1000 VA i faktora snage 4/5, i jednog idealnog kondenzatora prividne snage 600 VA. Odrediti:

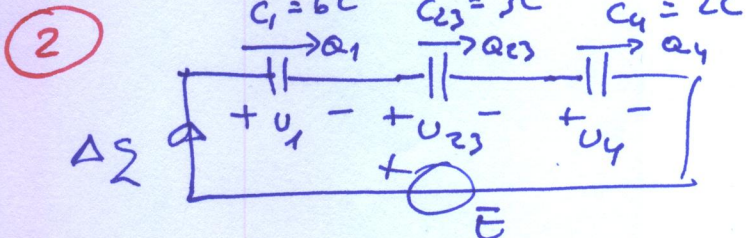
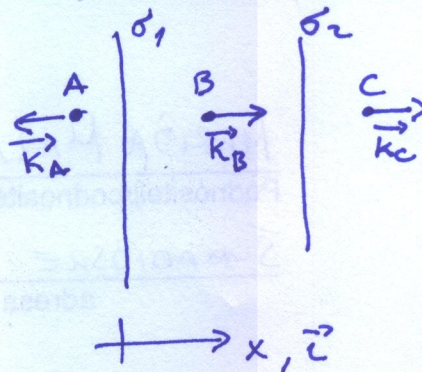
- efektivne vrednosti struja pojedinačnih potrošača; (3 poena)
- ukupnu aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu celokupnog potrošača (paralelne veze); (5 poena)
- efektivnu vrednost struje koju celokupni potrošač uzima iz generatora; (2 poena)
- kompleksnu admitansu celokupnog potrošača. (2 poena)

$$\vec{K}_A = \frac{-\sigma_1 - \sigma_2}{2\epsilon} \vec{c} = -100 \vec{i} \frac{V}{m}$$

$$\vec{K}_B = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\epsilon} \vec{i} = 300 \vec{i} \frac{V}{m}$$

$$\vec{K}_C = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon} \vec{i} = +100 \vec{i} \frac{V}{m}$$

$$U_{12} = \vec{K}_B \cdot (d \cdot \vec{i}) = 300 \cdot 0,2 = 60V$$



$$U_1 + U_{23} + U_4 = E$$

$$\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_{23}}{C_{23}} + \frac{Q_4}{C_4} = E$$

$$\Delta Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} \right) = E$$

$$= \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C}$$

$$\Delta Q = CE = 150 \mu C$$

$$Q_1 = Q_4 = Q_{23} = \Delta Q = 150 \mu C$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 5V$$

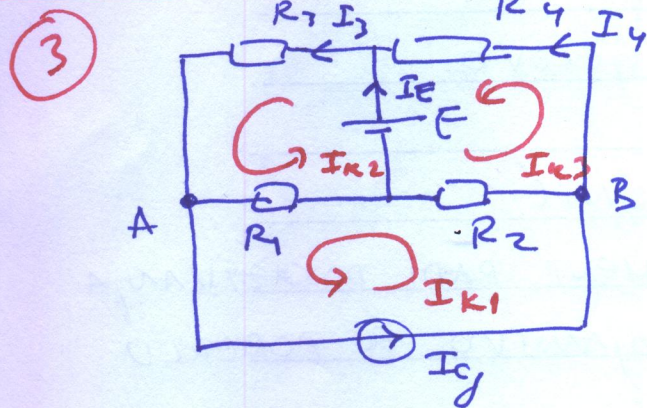
$$U_2 = U_3 = U_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = 10V$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 15V$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = 50 \mu C$$

$$Q_3 = C_3 U_3 = 100 \mu C$$

$$W_{ce} = \frac{1}{2} C_e E^2 = 2250 \mu J$$



$$(1) I_{K1} = I_6$$

$$(2) -R_1 I_{K1} + (R_1 + R_3) I_{K2} + 0 I_{K3} = E$$

$$(3) -R_2 I_{K1} + 0 I_{K2} + (R_2 + R_4) I_{K3} = -E$$

$$(2) \Rightarrow 40 I_{K2} = 80 + 40 = 120$$

$$I_{K2} = 3A$$

$$(3) \Rightarrow 80 I_{K3} = -80 + 80 = 0$$

$$I_{K3} = 0A$$

$$I_E = I_{K2} - I_{K1} = 3 - 0 = 3A$$

$$P_E = E \cdot I_E = 240W$$

$$U_{I_5} = U_{BA} = R_4 I_4 + R_3 I_3$$

$$U_{I_5} = 0 + 20 \cdot 3 = 60V$$

$$P_{I_5} = U_{I_5} \cdot I_5 = 60 \cdot 2 = 120W$$

$$I_3 = I_{K2} = 3A$$

$$I_4 = I_{K3} = 0A$$

4) a) $\bar{u} = \frac{400}{\sqrt{2}} e^{j\omega t} \text{ V} = 200\sqrt{2} e^{j\omega t} \text{ V} = j 200\sqrt{2} \text{ V}$

$\bar{z}_e = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3 = 15 + j15 + 5 - j5 - j30 = (20 - j20) \Omega$
 $= 20\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \Omega$

$\bar{z}_1 = 15\sqrt{2} e^{j\pi/4} \Omega = (15 + j15) \Omega$

$\bar{z}_2 = 5\sqrt{2} e^{j\pi/4} \Omega = (5 - j5) \Omega$

$\bar{z}_3 = 30 e^{-j\pi/2} \Omega = -j30 \Omega$

$\bar{I} = \frac{\bar{u}}{\bar{z}_e} = \frac{200\sqrt{2} e^{j\pi/2}}{20\sqrt{2} e^{-j\pi/4}} = 10 e^{j3\pi/4} \text{ A}$

$\bar{u}_1 = \bar{z}_1 \bar{I} = 15\sqrt{2} e^{j\pi/4} \cdot 10 e^{j3\pi/4} = 150\sqrt{2} e^{j\pi} = -150\sqrt{2} \text{ V}$

$\bar{u}_2 = \bar{z}_2 \bar{I} = 5\sqrt{2} e^{j\pi/4} \cdot 10 e^{j3\pi/4} = 50\sqrt{2} e^{j\pi/2} = j50\sqrt{2} \text{ V}$

$\bar{u}_3 = \bar{z}_3 \bar{I} = 30 e^{-j\pi/2} \cdot 10 e^{j3\pi/4} = 300 e^{j\pi/4} = (150\sqrt{2} + j150\sqrt{2}) \text{ V}$

b) $i(t) = 10\sqrt{2} \cos(\omega t + 3\pi/4) \text{ A}$

c) $\bar{S} = \bar{z}_e \bar{I}^2 = 2000\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \text{ VA} = (2000 - j2000) \text{ VA}$

$P = 2000 \text{ W}, Q = -2000 \text{ VAR}, S = 2000\sqrt{2} \text{ VA}, \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5) a) $I_1 = \frac{S_1}{U} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ A} \quad I_2 = \frac{S_2}{U} = \frac{600}{50} = 12 \text{ A}$

b) $S_1 = 1000 \text{ VA}$
 $\cos\varphi_1 = 4/5$
 $\sin\varphi_1 = +\sqrt{1 - \cos^2\varphi_1} = \frac{3}{5}$ (INDUKTIV) } $\Rightarrow P_1 = S_1 \cos\varphi_1 = 800 \text{ W}$
 $Q_1 = S_1 \sin\varphi_1 = 600 \text{ VAR}$

$S_2 = 600 \text{ VA}$
 Kondensator } $\Rightarrow P_2 = 0 \text{ W}$
 $Q_2 = -S_2 = -600 \text{ VAR}$

$P_{UK} = P_1 + P_2 = 800 \text{ W}, Q_{UK} = Q_1 + Q_2 = 0 \text{ VAR}, S_{UK} = \sqrt{P_{UK}^2 + Q_{UK}^2} = 800 \text{ VA}$

c) $I_U = \frac{S_{UK}}{U} = \frac{800}{50} = 16 \text{ A}$

d) $\bar{S}_{UK} = P_{UK} + jQ_{UK} = \bar{Y}_{UK}^* U^2 \Rightarrow \bar{Y}_{UK} = \frac{(P_{UK} + jQ_{UK})^*}{U^2}$

$\bar{Y}_{UK} = \frac{P_{UK} - jQ_{UK}}{U^2} = \frac{800 - j0}{(50)^2} = (32 + j0) \text{ mS}$