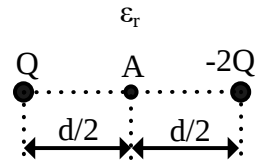


Elektrotehnika – teorijski deo ispita

13.10.2025.

- ispit traje 45minuta -

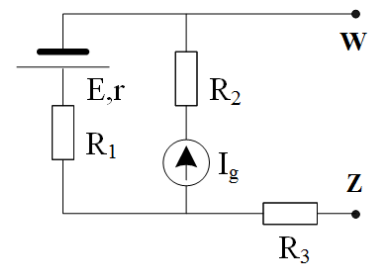
1. Dve kuglice veoma malih dimenzija naelektrisanе su količinama naelektrisanja Q i $-2Q$. Kuglice se nalaze na rastojanju d u sredini čija je relativna dielektrična konstanta ϵ_r , kao na slici. Odrediti potencijal električnog polja u tački A koja se nalazi na sredini rastojanja između kuglica. (6 poena)



2. Pločasti kondenzator kapacitivnosti $C=1$ nF je priključen je na napon $U=10$ V. Kondenzator se sastoji od kvadratnih ploča stranice 1 cm koje su na međusobnom rastojanju od 1 mm. Odrediti naelektrisanje kondenzatora, dielektričnu konstantu, intenzitet vektora električnog polja i energiju akumuliranu u kondenzatoru i silu kojom se privlače ploče kondenzatora. (6 poena)

3. Za kolo na slici, između tačaka W i Z, nacrtati ekvivalentni Nortonov generator i odrediti njegove parametre I_N i G_N .

Poznate su vrednosti parametara: E , r , I_g , R_1 , R_2 i R_3 . (6 poena)

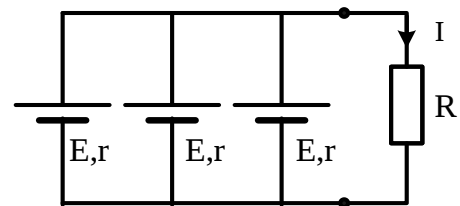


4. Tri identična realna naponska generatora, poznatih parametara E i r , povezana su paralelno, a zatim je na njih povezan potrošač poznate otpornosti R .

a) Primenom metode potencijala čvorova odrediti struju kroz potrošač. (5 poena)

(5 poena)

b) Odrediti izraz za struju potrošača, ako je paralelno povezano N identičnih generatora. (2 poena)



Studenti koji su položili 1. kolokvijum rade samo zadatke 5, 6, 7 i 8

5. Kroz kalem induktivnosti 5 mH protiče naizmenična struja $i(t) = 4\sqrt{2}\cos(200t - \pi/2)$ A.

a) Odrediti kompleksne predstavnike napona i struje kalema. (4 poena)

b) Nacrtati fazorski dijagram napona i struje kalema. (2 poena)

6. Kroz pretežno kapacitivni potrošač protiče struja $i(t) = 4\cos(314t + \pi)$ A, a njegova prividna snaga iznosi $100\sqrt{2}$ VA i faktor snage $1/\sqrt{2}$. Odrediti vremenski oblik napona na potrošaču (sa usaglašenim smerom u odnosu na struju). (6 poena)

7. Trofazni potrošač, koji se sastoji od tri impedanse $\bar{Z} = 10e^{-j\pi/3} \Omega$ povezane u trougao, priključen je na simetričan sistem trofaznog napona 3×1000 V. Odrediti linijske struje i prividnu snagu potrošača. (6 poena)

8. Na generator naizmeničnog napona priključen je potrošač koga čini redna veza: otpornika otpornosti $R=10 \Omega$, kalema induktivnosti $L=15$ mH i kondenzatora kapacitivnosti $C=200 \mu\text{F}$.

a) Ako je kružna učestanost naponskog generatora $\omega=1000$ rad/s, odrediti kompleksnu impedansu potrošača i faznu razliku između napona i struje potrošača. (3 poena)

b) Ako se kružna učestanost generatora ω može menjati, odrediti vrednost ω za koju će struja i napon potrošača biti u fazi. (4 poena)

1

$$V_A = V_A(a) + V_A(-2a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r(d/2)} + \frac{-2Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r(d/2)} = \frac{-Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r d}$$

2

$$Q = CU = 1m \cdot 10 = 10mC$$

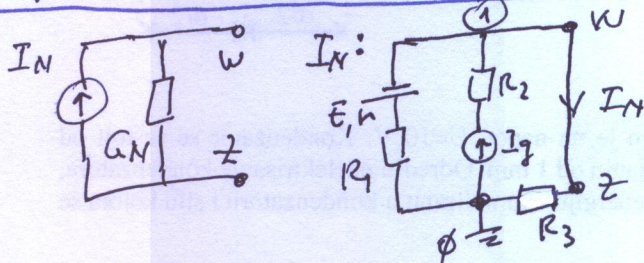
$$C = \frac{\epsilon S}{d} \Rightarrow \epsilon = \frac{Cd}{S} = \frac{10^{-9} \cdot 10^{-3}}{(10^{-2})^2} = 10^{-8} F/m$$

$$K = U/d = 10/10^{-3} = 10 KV/m$$

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 10}{2} = 50mJ$$

$$F = \left(\frac{K}{2}\right) Q = 5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} = 50\mu N$$

3



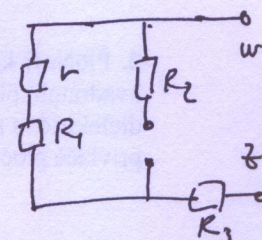
$$V_1 \cdot \left(\frac{1}{r+R_1} + \frac{1}{R_3}\right) = -\frac{E}{r+R_1} + I_g$$

$$V_1 = \frac{I_g - E/(r+R_1)}{\frac{1}{r+R_1} + \frac{1}{R_3}}$$

$$I_N = \frac{V_1}{R_3} = \frac{I_g - \frac{E}{r+R_1}}{1 + \frac{R_3}{r+R_1}}$$

$$I_N = \frac{I_g(r+R_1) - E}{R_1 + R_3 + r}$$

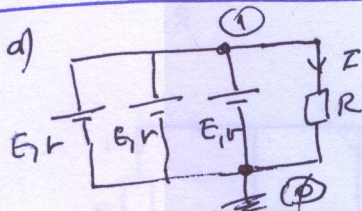
QW:



$$R_{WZ} = R_1 + R_3 + r$$

$$G_W = \frac{1}{R_{WZ}} = \frac{1}{R_1 + R_3 + r}$$

4



$$V_1 \left(\frac{3}{r} + \frac{1}{R}\right) = \frac{3E}{r}$$

$$V_1 = \frac{3E/r}{\frac{3}{r} + \frac{1}{R}} = \frac{3E}{3 + r/R}$$

$$I = \frac{V_1}{R} = \frac{3E}{3R + r}$$

b)

$$V_1 \left(\frac{N}{r} + \frac{1}{R}\right) = \frac{NE}{r}$$

$$V_1 = \frac{NE}{N + r/R}$$

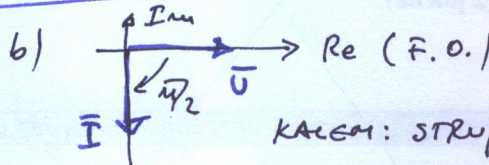
$$I_N = \frac{V_1}{R} = \frac{NE}{NR + r}$$

5

$$a) \bar{Z}_L = j\omega L = j200 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = j\Omega$$

$$\bar{I} = 4e^{-j\pi/2} A = -j4 A$$

$$\bar{U} = \bar{Z}_L \bar{I} = -j4 \cdot j = 4V$$



KALCEN: STRUJA KASNI ZA $\pi/2$

6

$$\bar{I} = \frac{4}{\sqrt{2}} e^{j\pi} = -2\sqrt{2} A$$

$$I = 2\sqrt{2} A, \psi = \pi \text{ rad}$$

$$S = UI \Rightarrow U = \frac{S}{I} = \frac{100\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 50V$$

$\cos \psi = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \psi = -\pi/4 \text{ rad} \Rightarrow \psi = \theta - \varphi$
 PREDKAPACITIVNI POTROŠAC
 IMPED, NAPON, STRUJA
 $\theta = \varphi + \psi = -\pi/4 + \pi = \frac{3\pi}{4}$

$$u(t) = 50\sqrt{2} \cos(314t + \frac{3\pi}{4}) V$$

7

$$\bar{Z} = 10e^{j\pi/3} \Omega \Rightarrow Z = 10\Omega$$

$$U_L = 1000V$$

$$\Delta: U_F = U_L = 1000V$$

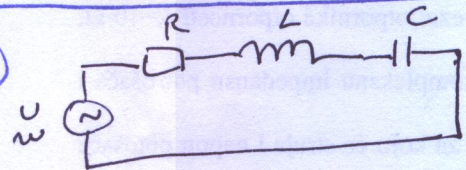
$$I_F = \frac{U_F}{Z} = \frac{1000}{10} = 100A$$

$$\Delta: I_L = \sqrt{3} I_F = 100\sqrt{3} A$$

$$S = 3U_F I_F = 3 \cdot 1000 \cdot 100$$

$$S = 300 KVA$$

8



$$a) \bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C$$

$$\bar{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$

$$\bar{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$b) \bar{Z} = R + jX = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$\psi = 0 \Rightarrow X = 0$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{15 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-6}}}$$

$$\omega = \frac{1000}{\sqrt{3}} \text{ rad/s}$$

$$\bar{Z} = 10 + j(1000 \cdot 15 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{1000 \cdot 200 \cdot 10^{-6}})$$

$$\bar{Z} = 10 + j(15 - 5) = (10 + j10) \Omega$$

$$Z = |\bar{Z}| = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin \psi &= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \psi = \pi/4 \text{ rad}$$