

1. [40] Дати су ред

$$S(p, q) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n^2 + 3n + 1)^p} \left(\frac{n!^2}{(2n)!} \right)^q$$

и функција

$$f(x) = 2x \arctg x - \ln(x^2 + 1).$$

а) [20] Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $S(p, q)$ у зависности од параметара $p, q \in \mathbb{R}$.

б) [15] Функцију $f(x)$ развити у Маклоренов ред и одредити где важи развој.

в) [5] Одредити $S(1, 0)$.

2. [K2, 20] Израчунати

$$\iint_D xy e^{x^2+y^2} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

3. [K2, 20] Површи:

$$\begin{aligned} S_1 : z &= 3 - x^2 - y^2, \\ S_2 : z &= \sqrt{x^2 + y^2 - 1} \end{aligned}$$

и

$$S_3 : z = 0,$$

одређују два тела. Израчунати њихову запремину.

4. [K2, 20] Решити диференцијалну једначину

$$y'' + \frac{y'}{x} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$